

Exercice 1.

Nous considérons la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par son premier terme $u_0 = -2$ et la relation de récurrence

$$\text{pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{3 + u_n}.$$

Les termes de cette suite sont itérés par la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x + 3}$ qui est définie sur $[-3; +\infty[$, et dont la représentation graphique C_f est donnée ci-après.



Représenter graphiquement les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 2.

La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = -7$ et de premier terme $u_0 = 5$.

1. Calculer u_{16} .
2. Calculer la somme

$$\sum_{k=0}^{k=16} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{15} + u_{16}.$$

Exercice 3.

On considère la suite arithmétique (u_n) , définie sur \mathbb{N} , telle que $u_{12} = 52$ et $u_{23} = 107$.

1. Calculer la raison r de la suite.
2. Déterminer le terme initial u_0 .
3. Déterminer u_n en fonction de n , puis calculer u_{55} .
4. Donner le sens de variation de (u_n) .
5. Conjecturer la limite éventuelle de la suite (u_n) .

Exercice 4.

On s'intéresse à des pyramides construites avec des allumettes comme ci-après .

En poursuivant ainsi, on obtient des pyramides à autant d'étages que l'on souhaite à condition, bien sûr, d'avoir assez d'allumettes.



1 étage



2 étages



3 étages

Le 1^{er} étage est formé de 3 allumettes, le 2^e de 7 allumettes, et le 3^e de 11 allumettes.

1. De combien d'allumettes est formé le 4^e étage ? Le 5^e ?
2. Pour tout entier naturel $n \geq 1$, on note u_n le nombre d'allumettes du n – ième étage. Ainsi, nous avons $u_1 = 3$. Justifier que la suite (u_n) est arithmétique en précisant sa raison.
3. Déterminer le calcul explicite de u_n en fonction de n , u_1 et r .
4. Déterminer le nombre d'allumettes du 10^e étage.
5. Combien d'allumettes au total ont été nécessaires pour réaliser la construction jusqu'au 10^e étage ?
6. On considère la fonction `pyramide()` ci-contre programmée en langage Python.
À quoi correspond le nombre renvoyé par `pyramide(3)` ?

